



El origen dinámico de las simetrías espacio-temporales

The dynamical origin of spacetime symmetries

A origem dinâmica das simetrias espaço-temporais

Adán Sus

Universidad de Valladolid, España

adansus@uva.es

0000-0002-2097-1192 

→ **Recibido:** 20 / 02 / 2026

→ **Aceptado:** 09 / 06 / 2026

→ **Publicado:** 31 / 08 / 2026

→ **Artículo Dossier II**

“Filosofía y Fundamentos de la Física”

© 2026 Adán Sus

CC BY 4.0

→ **Cómo citar:** Sus, A. (2026). El origen dinámico de las simetrías espacio-temporales. *Culturas Científicas*, 7(1), pp. 1–18. doi.org/10.35588/cc.v7d8352

[RESUMEN]

El objetivo central de este trabajo es presentar una propuesta acerca de la conexión entre la cronogeometría y las simetrías dinámicas en las teorías espaciotemporales, que explora una tercera vía alternativa a las propuestas dominantes en la discusión reciente, a saber, los enfoques geométrico y dinámico. Esta propuesta puede entenderse, de manera equivalente, como la articulación de una noción de simetría espaciotemporal dinámicamente constituida. Para explorar esta posibilidad, se adopta como marco general la idea de que la determinación del espacio físico está dada por principios que imponen la comparabilidad de las cantidades físicas. A partir de la noción de congruencia — central en las formulaciones del problema del espacio desarrollados por Helmholtz y Weyl —, el trabajo la vincula con ciertas condiciones derivadas del requisito de que las cantidades sean determinadas por subsistemas que funcionan como aparatos de medida, y señala las consecuencias que ello tiene para la caracterización de la relación entre simetrías espaciotemporales y simetrías dinámicas. Por el camino, se propone una estrategia para interpretar los principios que Weyl, en su formulación del problema del espacio, califica como sintéticos.

[PALABRAS CLAVES]

enfoques dinámicos del espaciotiempo, problema del espacio, simetría espaciotemporal, congruencia, perspectiva transcendental

[ABSTRACT]

The main objective of this article is to present a proposal concerning the relation between chronogeometry and dynamics in spacetime theories that explores a middle ground, as an alternative to the two approaches—the geometrical and the dynamical—that have dominated recent discussions. This proposal can also be understood as advancing a notion of spacetime symmetry that is dynamically constituted. To explore this possibility, the article adopts as its general framework the idea that the determination of physical space is provided by principles that impose the comparability of physical quantities. Starting from the notion of congruence, which is central to Helmholtz's and Weyl's formulations of the problem of space, I connect this idea with certain conditions derived from the requirement that physical quantities be determined by subsystems that function as measuring devices, and I highlight the consequences this has for accounts of the relation between spacetime and dynamical symmetries. Along the way, I propose an interpretation of the principles that Weyl, in his formulation of the problem of space, characterizes as synthetic.

[KEY WORDS]

dynamical approaches to spacetime, problem of space, spacetime symmetry, congruence, transcendental perspective

1. Introducción

En las dos últimas décadas se ha desarrollado una disputa entre dos modos de entender la relación entre crono-geometría y dinámica, inicialmente presentada en el contexto de la relatividad especial, pero extensible a otras teorías físicas.¹ La denominada perspectiva geométrica (geometrical approach, GA) parte de la idea de que la crono-geometría es asumida primitivamente en las teorías físicas y que es esto lo que explica que todas las leyes dinámicas de materia, adaptadas a un espacio-tiempo específico, tengan ciertos rasgos comunes, en particular, ciertas simetrías. En oposición a esto, la perspectiva dinámica (dynamical approach, DA), propuesta inicialmente por Harvey Brown y Oliver Pooley (2001), e inspirada en el trabajo de John Bell sobre la interpretación de la relatividad, defiende que lo primitivo serían las leyes de materias con sus simetrías dinámicas, y que son éstas las que explicarían que las simetrías espacio-temporales sean unas en lugar de otras y, eventualmente, que la crono-geometría del espacio-tiempo sea la que es. Tanto la perspectiva geométrica como la dinámica, entendidas como proponiendo una tesis de prioridad ontológica y afirmando una dirección de la fecha explicativa, son problemáticas, al menos en su versión más extrema. La perspectiva geométrica, interpretada como prohibiendo la posibilidad de que puedan formularse teorías con estructuras espaciotemporales cuyas simetrías no estén reflejadas en las leyes dinámicas, cuenta con diversos contraejemplos. Además de esto, se le acusa, con razón, de no proporcionar una elucidación acerca de en qué consistiría la relación entre la crono-geometría del espacio-tiempo y dinámica.² Por otro lado, la perspectiva dinámica, entendida, en términos generales, como afirmando que las estructuras espacio-temporales se definen como codificaciones de (ciertos aspectos de) la dinámica, podría ser satisfactoria (en sentido de reducción ontológica) para teorías con un espaciotiempo no dinámico, pero es muy problemática en el contexto de la relatividad general. En cualquier caso, más allá de esto, para una perspectiva dinámica es fundamental determinar qué aspectos de la dinámica son codificados en términos espacio-temporales. Dicho de otro modo, si lo que se pretende es establecer una relación entre simetrías dinámicas y simetrías espacio-temporales, entonces, sabiendo que, dada la caracterización habitual, en las teorías no todas las simetrías de las leyes los son del espacio-tiempo, el reto estaría en dar cuenta de cómo caracterizar las simetrías dinámicas para que éstas puedan definir las espacio-temporales.³

Naturalmente, estas dos posturas, extremas inicialmente, se han ido matizando, con un grado de sofisticación que desborda del alcance de este artículo, en la discusión de los últimos años. Se han propuesto, de hecho, versiones “cualificadas” de ambas perspectivas (Read, 2020a), y vías que defienden que la flecha explicativa no es unidireccional (Acuña 2016, 2025). Aunque no podemos entrar en las diferencias, que son muy importantes, entre estas posiciones intermedias, sí podemos afirmar que las aportaciones a este debate que, de manera más o menos explícita, pueden ser interpretadas como posiciones intermedias son especialmente relevantes para la discusión del presente artículo: la articulación de una noción de simetría espacio-temporal que sea relevante desde el punto dinámico.

Sin duda, en el centro de la disputa entre las perspectivas geométricas y dinámicas está la pregunta acerca de cómo caracterizar la noción de simetría espaciotemporal; ésta es, en

¹Ver, por ejemplo, Brown (2005), Brown and Pooley (2001, 2004), Brown and Read (2022.)

²Las críticas en este sentido son abundantes en la literatura. Véase, por ejemplo: Read, Brown y Lehmkuhl (2018); Read (2019); Sus (2019).

³Véase Sus (2023).

principio, una noción geométrico-matemática pero, en la medida en que pretenda referir una propiedad del espacio-tiempo físico, que haya de quedar registrada en el comportamiento de algunos sistemas físicos, por ejemplo, barras y relojes reales, parecería que la definición del concepto habría de incluir elementos de origen dinámico. Esta tensión entre el aspecto formal de la determinación del espacio-tiempo y su conexión con la dinámica, puede vislumbrarse, de manera inequívoca, en los tratamientos clásicos del problema del espacio y en su traslación al ámbito relativista por parte de Hermann Weyl.

Así, en este artículo presento, de manera concisa, una perspectiva, alternativa a las dos que han dominado la discusión reciente, para abordar la relación entre crono-geometría y dinámica, que pone en el centro la idea de proporcionar una caracterización de la noción de simetría espaciotemporal que haga explícitos sus orígenes dinámicos. La propuesta está inspirada en una tradición que, partiendo del tratamiento que Kant hace de las nociones de espacio y tiempo en el contexto de la física newtoniana, entendería que la crono-geometría ha de ser derivada de ciertos principios que están implicados en la caracterización de ciertos procesos ideales de medición. Como los límites de extensión no permitirían una aproximación históricamente rigurosa a los desarrollos que nos han llevado a esta concepción, en el presente artículo haré referencia a dos formas idealizadas de generalizar ciertas intuiciones kantianas y de trasladarlas a contextos post-newtonianos. Discutiré brevemente las virtudes y defectos de estas dos propuestas, que pueden a grandes rasgos vincularse con los tratamientos que Helmholtz y Weyl hacen del llamado problema del espacio, y, tomando aspectos de ambos, propondré un esquema que, por razones obvias, puede entenderse como una perspectiva transcendental.

Este es el plan del artículo. Empiezo, en 2, introduciendo el problema del espacio clásico como una estrategia de corte transcendental para abordar la cuestión de la determinación de la geometría del espacio físico. En este contexto, en 3, se aborda la pregunta de cómo establecer una conexión entre las simetrías espacio-temporales y las dinámicas, a través de la aplicación de la noción de simetría dinámica a subsistemas que puedan ejemplificar la acción de aparatos de medida. Para que una estrategia de estas características tenga la posibilidad de ser operativa en el ámbito relativista, es necesario trasladar la noción de congruencia a dicho contexto. En 4 nos acercamos a cómo desarrolla esto Weyl y en 5 consideramos cómo establecer el contacto con la dinámica a través del problema de la interpretación de los principios que Weyl introduce en su formulación del problema del espacio. En 6 se sugiere que la formulación parametrizada de las teorías de campos ofrece un marco que puede clarificar la caracterización dinámica de las simetrías espacio-temporales y su conexión con las simetrías dinámicas. Terminamos en 7 con algunas consideraciones finales.

2. El Problema del Espacio Clásico

Bajo el epígrafe de “Problema del Espacio Clásico” suele incluirse un conjunto de desarrollos, producidos en la segunda mitad del siglo XIX, a partir de los trabajos de Riemann y Helmholtz, en primer lugar, y el Sophus Lie, a continuación, que tienen como objetivo el determinar y justificar qué estructuras matemáticas (geométricas) representan o describen el espacio físico. Nótese que esta discusión aparece una vez se acepta la existencia de geometrías consistentes alternativas a la geometría euclidiana; en ese contexto, tiene pleno sentido preguntarse acerca de cuál es la geometría de nuestro espacio físico. No obstante, planteamientos similares que pretenden fundamentar la estructura matemática del espacio físico, o la vinculación de dicha

estructura con ciertos rasgos de la dinámica (o las leyes físicas), pueden encontrarse ya en Kant y en el contexto de la geometría euclidiana. Es ahí, de hecho, donde hallamos una temprana formulación de un esquema que permite establecer la conexión entre geometría física y dinámica, que tendrá presencia, de manera más o menos explícita, en autores posteriores como Helmholtz o Poincaré, y que contiene elementos que siguen vigentes para abordar la cuestión de la relación entre la cronogeometría del espaciotiempo y la dinámica. En este apartado me referiré, brevemente, a los aspectos de la filosofía de Kant que contienen dicho esquema, y a la lectura de Helmholtz que le da continuidad y lo proyecta a un contexto post-newtoniano.

La comprensión kantiana del conocimiento como una síntesis del concepto en la intuición, que vertebra la *Crítica de la Razón Pura*,⁴ contiene la semilla de una respuesta dinámica a la pregunta acerca de la determinación de la geometría del espacio físico. Con independencia de cómo se interprete la relación, la obra de Kant establece un vínculo entre la geometría espacio-temporal (fijada, usando la terminología kantiana, por las intuiciones puras) y ciertos rasgos formales de las leyes físicas, los cuales se siguen de los Principios del Entendimiento que, a su vez, son despliegue de las categorías o conceptos puros. Esto es lo que está en la base de una fundamentación transcendental del espacio-tiempo físico: en términos generales, esta perspectiva entiende la relación entre espacio-tiempo y dinámica como emergiendo de ciertos límites impuestos por el acceso de los observadores a los contenidos de la experiencia. El cómo se caractericen dichos observadores, o se dé cuenta de los principios que rigen su acción en tanto que observadores, dará contenido y definirá distintas concreciones de corte transcendental.⁵

Con independencia de cuál sea, en sentido estricto, la posición Kantiana, para tener un ejemplo de cómo superar la restricción de la geometría física a un espacio euclidiano que parece derivarse de ella, es conveniente acercarse a cómo se plantea el problema del espacio en los trabajos de Helmholtz, posteriores al reconocimiento de geometrías consistentes alternativas a la euclidiana. Helmholtz, en distintas obras,⁶ se pregunta por los hechos físicos en los que se fundamenta la geometría del espacio. Su respuesta gira en torno a la noción de movilidad libre de los cuerpos rígidos: en pocas palabras, las geometrías adecuadas para describir el espacio físico serían aquellas que permiten el movimiento libre de los cuerpos rígidos. Partiendo de este supuesto, Helmholtz deriva que las geometrías físicas han de tener curvatura constante y, además de esto, afirma que también es posible derivar que el elemento de longitud — la definición de una función que proporcione la medida de distancia a partir de los desplazamientos en las distintas coordenadas — recibe expresión pitagoreana (esto es, puede expresarse como la raíz cuadrada de la suma del cuadrado de los desplazamientos en las distintas coordenadas).

Hay al menos tres estrategias con las que uno puede interpretar la fundamentación de

⁴En general, la discusión de los aspectos de una perspectiva kantiana de la relación entre crono-geometría y dinámica está basada, sin ninguna pretensión exegética, en distintos desarrollos de la *Analítica Transcendental* de la *Crítica de la Razón Pura* (Kant, 1781).

⁵En el caso del mismo Kant, para concretar su propuesta sería necesario adentrarse en discusiones exegéticas profundas que desbordan los objetivos del presente artículo; no obstante, a grandes rasgos, al menos en sus interpretaciones más habituales, suele asumirse que las limitaciones que se terminan imponiendo son de corte psicológico (o al menos que están determinadas por ciertos rasgos generales del sujeto cognoscente), lo cual le llevaría a afirmar, utilizando lenguaje anacrónico, que la crono-geometría del espacio-tiempo habría de tener estructura (neo-)newtoniana (es decir, espacialmente euclidiana y con una noción de simultaneidad absoluta incorporada). A pesar de que esta última afirmación encuentra puntos de apoyo en los escritos de Kant, las cosas son mucho más complejas.

⁶Helmholtz, H. (1868, 1870).

la geometría del espacio que proporciona Helmholtz; éstas primarían, alternativamente, los elementos empiristas, convencionalistas o transcendentales. La lectura inicial, marcadamente empirista, del propio Helmholtz, y que parece natural a la luz de su formulación original del problema, es puesta en entredicho por Schlick, quien termina abogando por una perspectiva convencionalista que lleva asociada sus propias dificultades. Un camino alternativo consiste en leer la propuesta de Helmholtz en términos transcendentales.⁷ A mi entender, más allá de las cuestiones exegéticas, hay razones para preferir la lectura transcendental.⁸ En particular, es reseñable que, como se afirmaba arriba en relación con la perspectiva kantiana, ésta proporciona un esquema que permite relacionar la determinación de la geometría física con restricciones en la formulación de las leyes dinámicas a través de consideraciones relacionadas con el procedimiento de medición/determinación de cantidades físicas.

Es interesante profundizar algo más en las diferencias relativas a la forma en cómo se da cuenta de la relación entre espacio y dinámica en las lecturas convencional y transcendental de Helmholtz. La primera implicaría que, puesto que la definición de la rigidez de los cuerpos depende de decisiones acerca de la simplicidad de las teorías físicas resultantes, la determinación dinámica de cuál sea la geometría física estaría sometida a la evaluación de aspectos de la formulación de las teorías que nos permitieran compararlas en función de su simplicidad. Esto, sin duda, siempre va a ser problemático. En cambio, el modo de establecer una relación entre espacio-tiempo y dinámica es muy distinto en la lectura transcendental. Ahí, aunque se acepte que el juicio inicial acerca de la rigidez de un cuerpo siempre incorpora un elemento convencional, se asume, por un lado, que hay hechos físicos de fondo que permitirán mantener con mayor o menor éxito este juicio inicial y, por otro, que, al interpretar esta decisión como parte de la caracterización del proceso de medición, esto impondrá restricciones a la formulación de las leyes físicas. Este conglomerado de supuestos y hechos es el que se somete, en último término, al tribunal de la experiencia.

En la interpretación transcendental del problema del espacio de Helmholtz, la determinación del espacio físico, por lo tanto, parte de una noción de congruencia matemática, noción fundamental en geometría, y ésta determina que son las geometrías de curvatura constante las que permiten comparar figuras (longitudes y ángulos). Si la pretensión es referirse a las geometrías que pueden representar el espacio físico, dicha congruencia ha de considerarse como implementable en sistemas materiales, lo cual conduce a la idea de movilidad libre de un cuerpo rígido. De este modo, Helmholtz puede afirmar que, asumiendo el “hecho” de la existencia de cuerpos rígidos, el espacio físico ha de tener una de las geometrías de curvatura constante. La interpretación transcendental de Helmholtz asumiría, sin hacerlo explícito, que esta posibilidad de movimiento de dichos cuerpos, que determina la geometría del espacio si los movimientos son interpretados como simetrías, para que tenga efectos en la dinámica, ha de entenderse como conectada con la caracterización de la “receptividad”, es decir, como sustituto de la intuición Kantiana. La cuestión que se plantea entonces, si uno quiere desarrollar esta línea de interpretación, es si podemos dar contenido específico a la mencionada conexión de manera que demos respuesta a la pregunta que la perspectiva dinámica dejaba en el aire: ¿Qué simetrías dinámicas son simetrías espaciotemporales? Esto es lo que vamos a abordar en la siguiente sección.

⁷Véase Ryckman (2005, pp. 67-75), Torretti (1984, p. 168)

⁸Sus (2025) contiene una discusión más detallada de las diferencias de las distintas interpretaciones de la propuesta de Helmholtz.

3. Simetrías espacio-temporales a partir de simetrías dinámicas de subsistemas

Como sugería en la Introducción, un problema que parece ineludible para una perspectiva dinámica sobre la crono-geometría es el de proporcionar criterios que permitan distinguir cuáles de las simetrías dinámicas se corresponden con simetrías espacio-temporales; alternatively, esto podría formularse como la demanda de proporcionar una definición de simetría dinámica que permita afirmar que toda simetría dinámica es, por definición, espacio-temporal.⁹ El problema se origina a partir de la constatación de que, tomando las definiciones habituales de simetría dinámica (basadas en la idea de que se trata de transformaciones que llevan de soluciones a soluciones de una teoría dada), difícilmente querremos afirmar que todas ellas son simetrías espacio-temporales. Naturalmente, esta posición inicial ingenua podría eludirse mencionando que uno debe referirse a cierta formulación estándar de la teoría en la que la correspondencia entre los tipos de simetrías pueda establecerse, pero, entonces, el problema es cómo determinar dicha formulación. Sea como fuere, uno no puede eludir la necesidad de dar ciertos criterios para señalar las simetrías dinámicas que son relevantes para establecer la correspondencia con las simetrías espacio-temporales, sin echar mano, claro está, de una noción primitiva de espacio-temporalidad.¹⁰

En Sus (2023) se propone una estrategia para abordar esta cuestión. La idea central de la propuesta consiste en considerar cómo se aplica la noción de simetría dinámica a los subsistemas que puedan ser interpretados como aparatos de medida y cómo esto sienta las bases para establecer una conexión entre las simetrías espaciotemporales y las simetrías de las leyes. Esto puede hacerse explícito de la siguiente manera. Puesto que, en línea con el análisis de Helmholtz, estamos postulando la posibilidad de movilidad libre de sistemas físicos, es natural suponer que esto ha de tener un reflejo en la dinámica que gobierna su comportamiento. Si interpretamos dichos sistemas como subsistemas que pueden operar como aparatos de medida, las simetrías dinámicas que nos interesan son aquellas que son inobservables desde el interior del subsistema, pero que son observables en términos de cantidades relacionales entre los distintos subsistemas, pues éstas son las que proporcionan un correlato dinámico de la noción geométrica de congruencia. A partir del tratamiento que hace Wallace (2022a, 2022b, 2022c) de la aplicación de simetrías dinámicas a subsistemas, invirtiendo en cierto modo su razonamiento, es posible derivar que las restricciones dinámicas sobre los sistemas se traducirán en ciertos requisitos formales necesarios para la formulación de las leyes dinámicas. Esto es lo que, en una interpretación transcendental de la estrategia helmholtziana, permitiría conectar las simetrías dinámicas (de las leyes) con simetrías espaciotemporales.

Podemos intentar formular esto en términos ligeramente distintos: lo que aquí se estaría haciendo es proporcionar una definición de congruencia dinámica, traduciendo así, por analogía con la interpretación transcendental de Helmholtz, las condiciones de movilidad libre en términos de condiciones sobre la dinámica de subsistemas, todo lo cual permite distinguir ciertas simetrías dinámicas y justifica su identificación con las simetrías espaciotemporales. De esta manera, si se toman dichos subsistemas como ejemplificando la acción de aparatos de medida, se

⁹Aunque cualquier enfoque dinámico tiene que enfrentarse a este problema, para algunas formulaciones, como la de Myrvold (2019), que defiende que la relación entre simetrías dinámica y espaciotemporal es analítica, es especialmente acuciante.

¹⁰Un problema similar se apunta también en Weatherall (2020).

estarían, simultáneamente, imponiendo restricciones a la formulación de las leyes dinámicas y determinando la crono-geometría del espacio-tiempo, proporcionando así el origen de la relación entre crono-geometría y dinámica a partir de la caracterización de “observadores ideales”.

Incluso si asumimos que los detalles técnicos de esta propuesta funcionan, afirmación que debería enfrentarse a ciertas dificultades, existen limitaciones que son muy relevantes para que, en términos generales, pueda considerarse que la propuesta da cuenta de manera adecuada del espaciotiempo físico. Dichas limitaciones aparecen ya en los intentos que Helmholtz lleva a cabo para adaptar su propuesta de determinación de la geometría del espacio físico a contextos en los que la curvatura de la geometría es variable: ello implicaría considerar la noción de congruencia en el ámbito infinitesimal, algo que no parece encajar bien con el “hecho” empírico que fundamenta la geometría, es decir, la existencia de cuerpos rígidos. Dejando de lado este prejuicio empirista, que aparece en algunas interpretaciones de Helmholtz, incluso en la lectura transcendental, si uno quiere generalizar la propuesta de manera que incluya geometrías de curvatura variable (tan generales, al menos, como las que se consideran en el tratamiento de Riemann), es difícil no admitir que en dicho contexto la noción de cuerpo rígido es problemática (lo es en cualquier caso en el contexto relativista) y, por lo tanto, se hace necesario abordar cómo se plasmaría en esos contextos una noción de “observador ideal” que juegue el mismo papel que los subsistemas han jugado en la adaptación de la estrategia de Helmholtz. Además, conviene que el formalismo sea explícitamente espaciotemporal desde el principio y que deje claro que lo que se estaría determinando no es simplemente la geometría del espacio sino la crono-geometría del espaciotiempo físico. Aunque la noción de congruencia dinámica, tal y como aquí se ha introducido, se desvincula de la noción de cuerpo rígido, su dependencia de la idea de subsistema hace que la discusión acerca de la formulación de la propuesta en lo infinitesimal sea ineludible. Para ello, vamos a considerar una estrategia distinta que, desde el principio, tiene como objetivo definir una noción de transporte congruente que sea operativa a nivel infinitesimal.

4. La geometría infinitesimal pura de Weyl

Weyl adopta, como punto de partida para abordar el problema del espacio, una perspectiva explícitamente transcendental inspirada, en parte, en la fenomenología de Edmund Husserl.¹¹ Una de las tareas que Weyl pretende completar es la de justificar la naturaleza pitagoreana de la métrica espaciotemporal. Para ello, adaptando la noción de congruencia de Helmholtz al contexto de la geometría diferencial de la relatividad general, parte de una noción de congruencia infinitesimal: la posibilidad de comparar magnitudes en la proximidad de los puntos del espaciotiempo mediante transporte congruente. Este es, según Weyl, el criterio que distingue las métricas que tienen significado físico de las meras construcciones matemáticas. Para desarrollar su programa, Weyl empieza notando que la geometría riemanniana tiene el defecto,

¹¹Son varias las obras en las que Weyl aborda distintos aspectos del problema del espacio. Aquí menciono solamente dos como, quizás, las más relevantes: el texto de sus conferencias pronunciadas en Madrid y Barcelona (Weyl, 1923a) y la quinta edición de su gran obra “Raum, Zeit, Materie” (Weyl, 1923b). Mención aparte merecen las obras recientes que abordan el tratamiento del problema del espacio por parte de Weyl. Son especialmente destacables, por su combinación de rigor técnico y profundidad filosófica, los artículos de Erhard Scholz (2016, 2019) y el trabajo de Coleman y Korté (2001). Con una orientación más filosófica es reseñable el libro de Ryckman (2005) y el artículo de Dewar y Eisenthal (2019).

desde el punto de vista de su perspectiva transcendental infinitesimal, de permitir la comparación de magnitudes de vectores definidos en puntos que están separados por distancias arbitrarias. La noción de congruencia infinitesimal debe permitir la comparación de dirección y longitud de vectores infinitesimalmente cercanos. La estructura mínima que permitiría dicha comparación viene dada por una estructura métrica conforme (equivalentemente, un grupo de congruencia o micro-invarianza) y una conexión de longitud, expresada matemáticamente por una 1-forma que permitiría la comparación de longitudes de vectores entre puntos infinitesimalmente cercanos. Ambas, métrica conforme y conexión de longitud, están definidas en la variedad topológica. Esto, según Weyl, proporcionaría el análisis del concepto de métrica, pero no determinaría la esencia del espaciotiempo físico. Para ello, Weyl considera que hay que añadir dos principios de carácter sintético cuya función es la de seleccionar, de entre todas las estructuras métricas, aquellas que pueden representar el espaciotiempo físico. Una expresión informal de los dos principios sintéticos que Weyl introduce sería la siguiente:

Principio de libertad: el grupo de micro-invarianza, definido en cada punto, debe ser tal que no imponga restricciones a la rotación libre en cada punto. De esta manera, la orientación relativa del grupo de micro-invarianza en puntos infinitesimalmente cercanos vendría determinada no por la naturaleza (a priori) del espacio sino por el contenido de los campos de materia.

Principio de coherencia (unicidad de la conexión afín): la naturaleza del espacio es tal que el transporte congruente de longitudes fija de manera unívoca el transporte de orientaciones.

A partir de estos dos postulados, Weyl es capaz de demostrar que la métrica tiene forma pitagoreana.

Es importante insistir en el carácter sintético que, según Weyl, tienen estos principios. Esto es relevante porque muestra de forma explícita dónde radica el carácter transcendental de la propuesta: condiciones de mensurabilidad y determinación de las cantidades físicas son las que definen la crono-geometría del espacio físico y eso, como en Kant, se expresa a través de principios sintéticos a priori.

Dada la posición central que los mencionados principios sintéticos ocupan en el razonamiento de Weyl, parece inevitable intentar indagar algo más acerca de su justificación, en particular, la del llamado postulado de coherencia. Weyl no es demasiado explícito en este punto: parece asumir que la exigencia de determinación única del transporte de orientaciones (de la conexión afín), una vez fijado el transporte congruente de longitudes, se presenta de forma natural como condición de fisicidad de la métrica del espacio. Puede que esto sea así, pero es interesante preguntarse por qué supuestos acerca de la determinación de estas cantidades, en tanto que cantidades físicamente determinables, están detrás de ese principio. Al hacerlo, uno se da cuenta de que hay una tensión oculta en el planteamiento de Weyl. Ésta puede expresarse de la siguiente manera: Weyl deriva ciertas restricciones formales para las estructuras matemáticas que son aptas para representar el espaciotiempo físico, partiendo de algunos principios que pueden recibir, de forma bastante natural, una interpretación epistémica, sin decir explícitamente cómo esto afectaría a los campos de materia. Por otro lado, puesto que lo que estamos obteniendo es la determinación de un espaciotiempo físico, parece inevitable pensar que la interpretación de dichos principios debería incorporar algunos supuestos acerca de la determinación de las magnitudes físicas. Una posible respuesta a esta tensión, como veremos en la sección siguiente, pasa por interpretar el postulado de coherencia de manera que establezca condiciones para la mensurabilidad de cantidades físicas (valores de campos de materia) y derivar a partir de esto las condiciones de adaptación de la materia al espaciotiempo físico.

5. El análisis de Weyl y las simetrías dinámicas

Como hemos visto en la sección anterior, Weyl desarrolla la construcción de una geometría infinitesimal partiendo de la idea inicial de transporte congruente y, a partir de esto, deriva las restricciones que las métricas han de cumplir para representar el espaciotiempo físico. Hay un conjunto de restricciones que, según Weyl, se derivarían de la misma noción de transporte congruente, la cual es parte esencial del concepto de métrica. Como hemos señalado, en este sentido, para Weyl todo esto forma parte de un análisis del concepto de métrica, aunque también considera necesario añadir principios sintéticos que nos permitan decir que lo que estamos determinando es la métrica de un espaciotiempo físico.

La pregunta que quiero abordar en este punto es la de por qué Weyl considera necesario añadir otro tipo de principios (sintéticos) para poder considerar a las métricas que los cumplen como representantes del espaciotiempo físico. ¿Qué añaden dichos principios? ¿En qué sentido son dichas métricas físicas? ¿Cómo se impone aquí la condición de fisicidad?

Weyl no hace plenamente explícita la justificación de dichos principios sintéticos. En Weyl (1923b), estos principios se proponen como, obviamente, seleccionando los espacios “reales” de entre las posibles métricas, implementando así una noción de espacio en tanto que forma de los fenómenos. En las conferencias de Barcelona (Weyl, 1923a), en un sentido más amplio, Weyl nos ofrece una analogía política para motivar los principios sintéticos, pero no algo que pueda tomarse como una justificación epistémica satisfactoria, tal vez porque considera que las razones para adoptarlos son suficientemente obvias. La conjetura que voy a desarrollar aquí es que estos principios, que Weyl llama sintéticos, se justifican porque expresan la condición de que las cantidades, cuya comparabilidad local se impone, sean tales que puedan ser determinables mediante procedimientos de medida codificables por los campos de materia que se introducen en la teoría. Dicho de otro modo, las restricciones que seleccionan las métricas con significado físico provienen de asumir que deben permitir la comparación de ciertas cantidades que puedan ser interpretadas, no meramente como objetos matemáticos, sino como determinadas a través de un procedimiento empírico de medida. En particular, argumentaré más abajo que esto requiere que dichas cantidades puedan ser coordinadas con cantidades determinables por subsistemas físicos que puedan interpretarse como observadores, o aparatos de medida, ideales. Solo bajo las condiciones que se derivan de esta coordinación entre las cantidades matemáticas y las físicas, obtenemos las restricciones que dan lugar al espaciotiempo físico.

Me gustaría dejar claro, no obstante, que no pretendo ofrecer aquí una hipótesis acerca de cómo interpretaba Weyl sus principios sintéticos, sino, más bien, una estrategia para abordar lo que, a mi entender, se presenta como una tensión que en los escritos de Weyl no queda del todo resuelta. La tensión se da entre el reconocimiento de la necesidad de echar mano de ciertos principios sintéticos para determinar el espaciotiempo físico, entendidos éstos como haciendo explícita la concepción transcendental del espacio físico como forma de los fenómenos, pero sin hacer explícitas las implicaciones de considerar que las cantidades que entran en juego son físicas en tanto que medibles, ni especificar cómo afecta esto a los campos de materia. En este sentido, sin duda, mi propuesta puede entenderse como proporcionando una interpretación de los principios sintéticos de Weyl, sin que ésta le tenga que ser atribuida al matemático alemán. No obstante, se podría argumentar que tal interpretación se encuentra, en parte, implícitamente supuesta en la formulación y justificación que Weyl hace de los principios sintéticos. Una motivación inicial, aunque circunstancial, para seguir esta línea interpretativa es que parecería dar pleno sentido a la terminología escogida por el propio Weyl: sintéticos, en la

acepción kantiana, son los principios que se derivan del supuesto de la determinación de toda experiencia posible, y es éste precisamente el rol que la presente interpretación concedería a esos principios de Weyl. Lo que quedaría por hacer, pues, para convencernos de la plausibilidad de la interpretación que propongo, es mostrar cómo estos principios se seguirían (adquirirían contenido) a partir de imponer condiciones de determinabilidad empírica de cantidades por medio de subsistemas que puedan actuar como aparatos de medida.

Me voy a centrar en argumentar, principalmente, de forma esquemática, cómo ciertos requisitos vinculados a la comparabilidad de cantidades determinadas por subsistemas que actúan como aparatos de medida justifican un principio como el principio de coherencia de Weyl. Uno puede entender el análisis de Weyl del concepto de espacio métrico como desplegando las condiciones que se tienen que dar para poder definir y comparar distancias dadas a partir de vectores definidos en espacios tangentes en distintos puntos de una variedad topológica: para ello necesitamos tener definido un producto escalar en cada punto y una conexión métrica (todo lo cual es equivalente a tener una estructura métrica de Finsler¹²). Si tomamos este punto de partida, nada estamos asumiendo, explícitamente, acerca del origen de dichas cantidades, ni acerca de por qué uno debería poner el foco en cantidades vectoriales en lugar de cantidades con otro tipo de propiedades de transformación, más allá de que el presupuesto es que queremos ser capaces de definir cierta noción de distancia. También hay que destacar que Weyl está eligiendo un punto de partida más general que el de Riemann y no está asumiendo que la expresión del elemento de línea que representa la distancia sea expresable en términos de una función cuadrática, precisamente para poder derivarlo de su razonamiento.¹³ Dicho todo esto, es legítimo asumir que, poner el foco en éste u otro tipo de cantidades matemáticas siempre ha de estar motivado porque sean susceptibles de representar ciertas propiedades físicas.

La afirmación principal de mi abordaje es que, la especificación del origen de las distintas cantidades físicas, además de determinar el tipo de objeto matemático que sea adecuado para representarlas, puede imponer ciertas condiciones adicionales, además de las que se derivan del análisis del concepto de métrica. Estas condiciones extra son precisamente las que Weyl codifica en términos de principios sintéticos. Para Weyl, aunque como decía arriba no termina de explicitar cómo, estos principios seleccionan el espacio real y lo hacen imponiendo ciertas condiciones que son responsables de que la métrica determinada pueda representar el espaciotiempo físico. Dichos principios expresan las condiciones de que las orientaciones en cada punto no estén intrínsecamente fijadas (Principio de libertad) y de que la métrica definida determine únicamente la conexión afín (Principio de coherencia). Lo que pretendo hacer aquí es explicitar cómo estas condiciones pueden especificarse si uno asume que las cantidades en cuestión (los vectores que puedan representar distancias) son determinados en subsistemas que pueden ser tomados como aparatos de medida; la cuestión clave es que las cantidades así determinadas han de poder codificar, para tener cierta relevancia dinámica, relaciones entre esos subsistemas. Veamos como.

Primero, asumamos que la determinación empírica de una propiedad presupone la existencia de un sistema que puede operar como aparato de medida; para que dicha cantidad sea observable, como se discute en Sus (2023), se considera habitualmente que ha de ser invariante bajo las

¹²La estructura métrica de Finsler es más general que la de Riemann porque incluye métricas cuyo elemento de línea está definido por una función que no ha de ser cuadrática de los diferenciales de coordenadas.

¹³El propio Riemann, en su tesis de habilitación (Riemann y Weyl, 1868), reconoce que la elección de la función cuadrática no es necesaria sino una cuestión de conveniencia.

simetrías de las leyes dinámicas.¹⁴ Esto está relacionado con el principio de libertad de Weyl, que fija los grupos de micro-invarianza y puede interpretarse como estableciendo condiciones de observabilidad de las cantidades físicas de nuestra teoría: las magnitudes relativas y los ángulos entre vectores, en un punto, tendrían relevancia física. Por otro lado, estamos asumiendo que, para las cantidades de origen empírico que queremos codificar, no solo la magnitud sino también la orientación relativa es relevante; de ahí que, al menos, tengamos que elegir cantidades de carácter vectorial. Y no solo eso, si además asumimos que estas cantidades son relevantes para formular la dinámica de los subsistemas que pueden representar los aparatos de medida (o simplemente de los que predicamos dichas propiedades), las diferencias en direcciones entre estos vectores tendrán que estar “coordinadas” con las direcciones que codifican relaciones entre subsistemas.¹⁵ Esto se traduce, entonces, en una condición que vincula las direcciones de los vectores definidos en los espacios “internos” con las direcciones que codifican las relaciones entre subsistemas. Una forma de llevarlo a cabo es correlacionando las direcciones de los espacios internos con las direcciones en un espacio que codifique la localización de los distintos subsistemas: esto quedaría implementado, por ejemplo, imponiendo que la conexión métrica fije únicamente la conexión afín.

En resumen, uno puede constatar que Weyl aborda la cuestión de la determinación de la métrica sin tener en cuenta, de manera explícita, cuál es el origen material de las cantidades cuya comparabilidad se asume; incluso en la formulación de los principios sintéticos, Weyl elude hacer referencia a campos de materia. No obstante, uno puede argumentar que algún supuesto relativo al origen empírico de dichas cantidades tiene que estar implícitamente asumido en la formulación de esos principios: aquí hemos visto como éstos pueden motivarse aludiendo a la relación entre las magnitudes comparables y las direcciones de distancias entre subsistemas. No obstante, mi impresión es que, presentado de esta manera, es difícil identificar cuál es la motivación específica para introducir los principios sintéticos o, dicho de otro modo, que en esta formulación no queda del todo claro qué función juegan dichos principios una vez que el carácter métrico ha sido supuesto. En la perspectiva que adopta el propio Weyl, con este punto de partida, dichos principios podrían interpretarse como imponiendo condiciones de adaptación de los campos de materia a la métrica física, aunque esto no haya sido explicitado.

6. La perspectiva desde la parametrización

Para hacer explícito qué supuestos están implícitos en los principios que son parte de la determinación del espaciotiempo físico, es útil ir a la formulación parametrizada de una teoría de campos. La razón principal para ello es que en la formulación estándar se ocultan algunos supuestos que son parte de la diferencia entre las simetrías internas y externas, diferencia que

¹⁴Aquí estoy asumiendo una caracterización mínima idealizada de un aparato de medida como un subsistema que tiene un estado inicial que es independiente del sistema a medir (target) y que, después de interactuar con el sistema-target, como resultado de la interacción, queda en un estado que es función del estado del target antes de la interacción, de manera que quede registrada una cantidad que es interpretada como el valor de cierta magnitud que posee el sistema-target antes de la interacción. Para que esta cantidad sea observable, se asume que ha de ser invariante bajo las simetrías de las interacciones entre los subsistemas. Esta caracterización del aparato de medida está basada en la introducida por Wallace (2022a).

¹⁵Piénsese, por ejemplo, en un vector que codifica un campo de fuerzas y la necesidad de que esta dirección, en la medida en que el campo de fuerzas tenga un efecto en el movimiento, sea comparable con direcciones que dan cuenta de relaciones entre subsistemas.

en esta formulación estándar se asume desde el principio.¹⁶ En la formulación parametrizada, en lugar de entender un campo como una aplicación (map) del espaciotiempo a ciertos valores (propiedades) que están definidos en un espacio interno (vectorial, si es el caso), el campo se presenta como una aplicación de una variedad base, sin propiedades espaciotemporales, a un espacio-tiempo que define localizaciones y un espacio interno en el que se definen las propiedades que el campo asigna.¹⁷

Hay que tener en cuenta que, en el concepto de métrica del que parte Weyl, se está asumiendo que los vectores, cuyo transporte congruente se impone con el objetivo de extraer las condiciones que toda métrica tiene que cumplir, al presuponer que son vectores a partir de los cuales se pueden definir distancias, están definidos en el espacio tangente a la variedad en cada punto. En cambio, en la formulación parametrizada se parte de la definición de vectores en espacios internos, sin diferenciar inicialmente cuáles son susceptibles de definir distancias y, a partir de ahí, se puede ver de dónde vienen las restricciones que hacen que ciertas cantidades sean espaciotemporales. Partimos, entonces, de una situación en la que no asumimos que los vectores representen conceptos métricos con la intención de imponer condiciones de las que esto pueda derivarse, y que expresarán la conexión de las cantidades vectoriales con cantidades definidas en el espacio base.

Uno podría pensar que, por lo tanto, en el caso de Weyl, esta conexión con el espacio de base, a partir de los vectores definidos en los espacios tangentes, está asumida desde el inicio. Y, en efecto, así es en cierto sentido. Todo lo cual hace que la interpretación de los principios sintéticos sea algo más sutil. Esto puede verse si nos situamos en el punto en el que Weyl debilita la definición riemanniana y se queda con la estructura de las métricas de Finsler, estructura en la que las direcciones en los distintos espacios tangentes no están todavía fijadas. Lo que se exige con los dos principios sintéticos, entonces, es que una vez fijada la métrica (congruencia de longitudes) esto determine, de manera unívoca, la conexión afín. Así, antes de imponer estos principios, las direcciones de los distintos espacios tangentes no estarían conectadas: podríamos, pues, definir volúmenes (sólidos) y comparar tamaños y forma de figuras (están definidas longitudes y ángulos en cada punto) pero no orientaciones. En la formulación parametrizada, en cambio, partiendo de la definición de una norma para vectores, podemos imponer congruencia para longitudes, pero si imponemos que los vectores estén conectados con direcciones de distancias entre subsistemas, entonces ya tendríamos cantidades que pueden ser interpretadas espacio-temporalmente. De esta manera, en esta formulación, estaríamos vinculando la emergencia del carácter espacio-temporal a la conexión de las cantidades definidas en los espacios vectoriales internos con cantidades que codifican relaciones entre subsistemas en el espacio base.

El siguiente paso, si uno quiere presentar la perspectiva que se deriva de esta discusión como una vía intermedia entre las perspectivas dinámica y geométrica, consistiría en derivar qué consecuencias tiene este tratamiento para las simetrías locales de las leyes de materia, y qué relación tienen éstas con las simetrías espaciotemporales así determinadas. Aunque

¹⁶En la física actual, la diferencia entre simetrías internas y externas, de manera general, alude a la diferencia entre transformaciones que se pueden interpretar como espacio-temporales (externas) y transformaciones que afectan a parámetros que no son espacio-temporales y que estarían definidos en espacios internos. Esta diferencia asume, pues, que está determinado cuáles sean las estructuras espacio-temporales presupuestas en la teoría. La virtud de la formulación parametrizada es que permite tratar, inicialmente, a todas las simetrías por igual (como simetrías internas) para después imponer criterios que establezcan la diferencia.

¹⁷Para un tratamiento de esta formulación, véase Wallace (2015).

no desarrollaré en el presente artículo esta cuestión de manera completa, sí quiero ofrecer, para terminar, la idea general de la propuesta. Las simetrías espaciotemporales, según lo discutido arriba, serán aquellas que se deriven de los principios que definen la crono-geometría física. Dependiendo de qué supuestos físicos se asuman, involucrados en la definición local de simultaneidad, seleccionaremos la signatura de la métrica que represente al espacio-tiempo físico; podemos, de este modo, asumir que, con cierto grado de aproximación, las simetrías espaciotemporales locales vendrán dadas por el grupo de Poincaré. La pregunta es si esta determinación tiene algún efecto en las simetrías de las leyes de materia. Con respecto a esto, teniendo en cuenta la interpretación de los principios sintéticos que hemos avanzado, podemos decir lo siguiente. Las cantidades físicas, que asumimos que son determinadas a través de ciertos procesos de medición y que, en nuestra interpretación, son coordinadas con las cantidades matemáticas, habrán de ser invariantes bajo las simetrías espaciotemporales. Esto es debido a que, como hemos argumentado arriba, los principios estarían imponiendo que las cantidades, para ser comparables en tanto que cantidades físicas, han de ser trasladables congruentemente mediante una conexión de longitud que fija únicamente la conexión afín: esto es, todas están igualmente adaptadas a la misma conexión afín. Como consecuencia de esto, debería ser posible derivar que, a cierto nivel de aproximación, las simetrías locales de las leyes que conectan estas cantidades han de coincidir con las simetrías espaciotemporales.¹⁸

¿Cómo deberíamos entender este resultado? Los campos de materia pueden tener distintos grados de libertad que, de manera convencional, se pueden clasificar en externos e internos. Lo que este resultado estaría estableciendo es que, en la medida en que la crono-geometría del espaciotiempo se obtenga a partir de los requisitos de transporte congruente para cantidades que son coordinables con cantidades determinables en subsistemas que actúan como aparatos de medida, las leyes que describen la dinámica de estos subsistemas, a cierto nivel de aproximación, han de tener, localmente, simetrías que coinciden con las simetrías espaciotemporales. Esto es así porque dichas cantidades, cuya comparación es permitida por los principios que determinan las simetrías, han de estar coordinadas con otras que codifican relaciones entre subsistemas. Además de las simetrías espaciotemporales, dichas leyes podrán tener otras simetrías que no conciernen a los grados de libertad externos. Esto, en su conjunto, es lo que determinaría en qué sentido las leyes de materia están adaptadas al espaciotiempo físico.

7. Conclusiones

De acuerdo con una discusión reciente en el ámbito de la interpretación de las simetrías en las teorías físicas, podemos distinguir dos perspectivas para abordar la cuestión de la relación entre crono-geometría y dinámica. En términos generales, una perspectiva geométrica presupondría una determinación de la crono-geometría del espacio-tiempo previa e independiente a la de las leyes dinámicas, y trataría de explicar ciertos rasgos generales de éstas (y, por ende, del comportamiento de la materia) a partir de dicha determinación primitiva. En oposición a la perspectiva geométrica, el enfoque dinámico defendería que lo primitivo son las leyes de materia y que la flecha explicativa va en el sentido opuesto. Esta caracterización es, sin duda, una simplificación del debate, y deja de lado que en los últimos años diversas voces han señalado que la relación entre estos dos extremos recibe una representación más justa si se

¹⁸Es evidente que es una tarea pendiente del presente trabajo dar una prueba completa de este resultado.

atiende a posiciones intermedias. En lo que coincidirían estas propuestas intermedias es en considerar que la crono-geometría siempre está, en cierto sentido, dinámicamente determinada y que la formulación de las leyes dinámicas incorpora supuestos espacio-temporales. Difieren, no obstante, en cómo esto se articula en cada una de ellas.

La propuesta intermedia que se esboza en el presente artículo está inspirada por los desarrollos que se dieron a raíz del surgimiento de las geometrías no euclidianas y que tenían el objetivo de proporcionar principios que distinguieran el espacio-tiempo físico de entre las distintas estructuras geométricas posibles. En estos desarrollos – el problema del espacio clásico en la formulación de Helmholtz y su reformulación, en el contexto relativista, por parte de Weyl – es legítimo pensar que las relaciones entre la determinación crono-geométrica y la dinámica de las leyes de materia se siguen de ciertos principios que, de manera distinta, pueden ser interpretados como parte de la definición de una noción de congruencia. En este artículo he presentado esquemáticamente estas propuestas, y he indicado en qué sentido pueden ser entendidas como propuestas que proporcionarían una respuesta original, distinta a las dos posturas extremas, a la pregunta acerca de la relación entre crono-geometría y dinámica.

Sin duda, dado nuestro conocimiento actual, la estrategia más prometedora para dar cuenta del origen de la relación entre espaciotiempo y dinámica, y en particular de la coincidencia, local, entre simetrías espaciotemporales y simetrías de las leyes de materia, es la estrategia basada en el análisis de Weyl. La idea central de la formulación del problema del espacio que lleva a cabo Weyl consiste en hacer explícitos los requisitos que una métrica ha de satisfacer para que ésta pueda representar al espaciotiempo físico, dando contenido a la idea de que estas estructuras han de ser tales que permitan la comparación local de magnitudes y direcciones. Weyl explicita la idea a partir, primero, del análisis del concepto de métrica y, después, de la formulación de un conjunto de principios que den cuenta de la esencia del espacio físico. Conjuntamente, el análisis y los principios sintéticos despliegan la noción central de esta formulación del problema del espacio, la de transporte congruente: el espaciotiempo físico ha de estar representado por estructuras que permitan la comparación de cantidades vectoriales definidas en puntos cercanos y, para que esto sea posible, dichas estructuras deben definir una conexión de longitud que, una vez fijada, ha de determinar unívocamente la conexión afín, encargada de codificar la comparación de direcciones. Esto último queda expresado en lo que Weyl denomina el principio de coherencia.

En la segunda parte del artículo he tratado de delinear una interpretación del principio de coherencia que rellene el hueco dejado por Weyl en su discusión del problema del espacio. La interpretación propuesta proporciona una motivación física de los principios que seleccionan el espacio-tiempo físico vinculada a un supuesto que establezca que las cantidades, que se exige que sean comparables, han de ser, a su vez, coordinables con cantidades obtenidas a partir de subsistemas que puedan funcionar como aparatos de medida. Además, esta interpretación tiene la pretensión de justificar que la determinación de las simetrías espaciotemporales quede reflejada en las simetrías dinámicas locales, estableciendo de esta manera la relación entre crono-geometría y dinámica. Este es el núcleo de una perspectiva transcendental acerca de la relación entre crono-geometría y dinámica en las teorías físicas.

Agradecimientos

Agradezco a Sebastián Fortín la invitación a participar en este número especial de la revista Culturas Científicas.

Financiamiento

La investigación para este artículo se ha realizado con ayuda del siguiente proyecto: "Reassessing scientific objectivity" (PID2020-115114GB-I00). Ministerio de Ciencia e Innovación (España).

Referencias

Acuña, P. (2016). Minkowski spacetime and Lorentz invariance: The cart and the horse or two sides of a single coin? *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 55:1–12.

Acuña, P. (2025a). Through the convex looking glass: A Helmholtzian lesson for the connection between dynamics and chronogeometry in spacetime theories. *Studies in history and philosophy of science*, 109:31–46.

Brown, H. R. (2005). *Physical Relativity: Space-Time Structure From a Dynamical Perspective*. Oxford University Press UK.

Brown, H. R. and Pooley, O. (2001). The origin of the spacetime metric: Bell's 'Lorentzian pedagogy' and its significance in general relativity. *Physics meets philosophy at the Planck scale*, pages 256–272.

Brown, H. R. and Pooley, O. (2004). Minkowski space-time: A glorious non-entity. En Dieks, D. (Ed.), *The Ontology of Spacetime*, pp. 67–89. Elsevier.

Brown, H. R. and Read, J. (2022). The dynamical approach to spacetime theories. En Knox, E. and Wilson, A. (Ed.), *The Routledge Companion to Philosophy of Physics*. Routledge.

Coleman, R.A. and Korté, H. (2001). Hermann Weyl: Mathematician, Physicist, Philosopher. En Scholz, E. (Ed.), *Hermann Weyl's Raum-Zeit-Materie and a General Introduction to His Scientific Work*, pp. 198–270. Springer.

Dewar, N., Eisenthal, J. (2020). A room with a view. In Claus Beisbart, Tilman Sauer & Christian Wüthrich (Eds.). *Thinking About Space and Time: 100 Years of Applying and Interpreting General Relativity*, pp. 111–132. Springer.

Helmholtz, H. (1868). On the facts underlying geometry. En Hertz, P. and Schlick, M. (Eds.), *Epistemological Writings: The Paul Hertz/Moritz Schlick Centenary Edition of 1921 with Notes and Commentary by the Editors*, pp. 39–71. Springer Netherlands, Dordrecht.

Helmholtz, H. (1870). On the origin and significance of the axioms of geometry. In Hertz, P. and Schlick, M. (Eds.), *Epistemological Writings: The Paul Hertz Moritz Schlick Centenary Edition of 1921 with Notes and Commentary by the Editors*, pp. 1–38. Springer Netherlands,

Dordrecht.

Kant, I. (1781/1787). *Kritik der Reinen Vernunft*. [Trad. cast.: *Crítica de la Razón Pura*. Trad. De Mario Caimi. México. D.F.: Fondo de Cultura Económico, 2009].

Myrvold, W. C. (2019). How could relativity be anything other than physical? *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 67:137–143.

Read, J. (2020a). Explanation, geometry, and conspiracy in relativity theory. En C. Beisbart, T. S. and Würthrich, C. (Eds.), *Thinking About Space and Time: 100 Years of Applying and Interpreting General Relativity*, volume 15 of *Einstein Studies*. Birkhäuser, Basel.

Read, J., Brown, H. R., and Lehmkuhl, D. (2018). Two miracles of general relativity. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 64:14–25.

Riemann, B. and Weyl, H. (1919). *Über Die Hypothesen, Welche Der Geometrie Zu Grunde Liegen*. Springer, Berlin.

Ryckman, T. (2005). *The reign of relativity: philosophy in physics 1915-1925*. Oxford University Press.

Scholz, E. (2016). The problem of space in the light of relativity: The views of Hermann Weyl and Elie Cartan. In Bioesmat-Martagon, L. (Ed.). *Eléments d'une Biographie de l'espace Géométrique*, pp. 255-312. Nancy: Presses Universitaires de Nancy.

Scholz, E. (2019). The changing faces of the problem of space in the work of Hermann Weyl. En C. Lobo & J. Bernard (Eds.). *Weyl and the Problem of Space*. Cham: Springer.

Sus, A. (2019). Explanation, analyticity and constitutive principles in spacetime theories. *Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 65:15–24.

Sus, A. (2023). What spacetime does: ideal observers and (Earman's) symmetry principles. *Theoria: Revista de Teoría, Historia y Fundamentos de la Ciencia*, 38(1):67–85.

Sus, A. (Forthcoming). Spacetime and dynamics. Towards a transcendental perspective. To appear in: Eleonora Cresto, Benedikt Löwe and Atocha Aliseda (comp.), *Logic, Methodology, and Philosophy of Science and Technology: Science and Values in an Uncertain Word*. Proceedings of the 17th. International Congress in Buenos Aires, College Publications.

Torretti, R. (1984). *Philosophy of geometry from Riemann to Poincaré*. Dordrecht: Reidel.

Wallace, D. (2015). *Fields as Bodies: a unified presentation of spacetime and internal gauge symmetry*. <https://arxiv.org/abs/1502.06539v1>.

Wallace, D. (2022a). Observability, redundancy and modality for dynamical symmetry transformations. In James Read, Bryan Roberts and Nic Teh (Eds.). *The Philosophy and Physics of Noether's Theorem*. Cambridge: Cambridge University Press.

Wallace, D. (2022b). Isolated systems and their symmetries, Part I: General framework and particle-mechanics examples. *Studies in History and Philosophy of Science*, 92, 239-248.

Wallace, D. (2022c). Isolated systems and their symmetries, Part II: Local and global symmetries of field theories. *Studies in History and Philosophy of Science*, 92, 249-259.

Weatherall, J. O. (2020). Two dogmas of dynamicism. *Synthese*, 199:253–275.

Weyl, H. (1923a). *Mathematische Analyse des Raumproblems*. Springer, Berlin.

Weyl, H. (1923b). *Raum, Zeit, Materie: Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie*. Springer, Berlin, 5th edition.