Artículo de Investigación
https://doi.org/10.35588/cc.v2i2.5160

La matemática mixta en las investigaciones de G. W. Leibniz: un valle fértil entre *representar* e *intervenir*

Mixed Mathematics in G. W. Leibniz's research: a Fruitful Domain Between Representing and Intervening

José Gustavo Morales
gust.914@gmail.com
Centro de Investigaciones Filosóficas y Teológicas (CEFyT),
Universidad Lateranense de Roma.
https://orcid.org/0000-0002-1309-8268

Artículo recibido: 24 de septiembre de 2021
Artículo aceptado: 09 de noviembre de 2021
Artículo publicado: 30 de diciembre de 2021

Resumen

Para favorecer la interacción disciplinar y recuperar la dimensión práctica del conocimiento matemático en la escuela secundaria, Yves Chevallard plantea la necesidad de introducir en los programas de estudio la *matemática mixta*. La matemática mixta, cuyo apogeo tuvo lugar en Europa entre los siglos XVI y XVIII, se propone el abordaje de problemas surgidos por fuera de la propia matemática valiéndose de nociones mecánicas -como la de centro de gravedad y fuerza centrífuga- y del empleo de variados instrumentos para realizar las construcciones requeridas. En este trabajo consideramos a la matemática mixta en la cultura matemática de la segunda mitad del siglo XVII y, en dicho contexto, presentamos dos casos de la práctica matemática de G. W. Leibniz en los que la investigación matemática involucra el diseño de máquinas. La consideración de tales casos permite situar a la matemática mixta, siguiendo la terminología de Ian Hacking, en un terreno medio entre *representar* e *intervenir*. El terreno medio entre representar e intervenir es un valle fértil donde la matemática aporta a, y se nutre de, una multiplicidad de otros dominios. También es una vía de acceso para historizar el conocimiento matemático, destacando las condiciones materiales para su desarrollo y el importante rol de los problemas.

Palabras clave: Práctica matemática, Resolución de problemas, Siglo XVII, Máquinas, Cultura material.

Abstract

In order to promote interaction among disciplines and recover a pragmatic approach of mathematical knowledge in high school education, Yves Chevallard raises the need to introduce mixed mathematics in the *curricula*. Mixed mathematics, whose apogee took place in Europe between the sixteenth and eighteenth centuries, face problems arising from outside mathematics by employing mechanical notions -such as *center of gravity* and *centrifugal force*- and the use of various instruments to construct figures or machine design. In this paper I consider mixed mathematics in the mathematical culture of the second half of seventeenth century and in this context, I focus on two cases from G. W. Leibniz's mathematical practice in which mathematical research involves machine design. Invoking Ian Hacking's terminology, such examples allow mixed mathematics to be placed in a middle-ground between *representing* and *intervening*. The middle-ground between representing and intervening is a fruitful domain that facilitates feedback among disciplines and places great emphasis on the role of problems and material culture for the development of mathematical knowledge.

Keywords: Mathematical practice, Problem solving, Seventeenth century, Machines, Material culture.

1. Introducción

En un artículo titulado "La matemática y el mundo: superar 'el horror instrumental'", Yves Chevallard (2013) plantea la necesidad de introducir la matemática mixta en los programas de educación matemática de la escuela secundaria. De acuerdo con Chevallard, la cultura epistemológica promulgada y expandida durante buena parte del siglo XX en el ámbito de la educación matemática por el llamado *grupo de Bourbaki* pervive aún en el imaginario de padres, madres y docentes de la escuela del siglo XXI (Chevallard, 2013, p.35-82). La matemática pura, preconizada por la escuela formalista de Hilbert y sobre la cual el grupo de Bourbaki echó raíces, valora a la matemática exclusivamente por sus caracteres intrínsecos. Por el contrario, la matemática mixta, cuyo apogeo tuvo lugar en Europa entre los siglos XVI y XVIII, valora la superposición e interacción de la matemática con otros espacios curriculares, así como el diseño, construcción y empleo de instrumentos materiales de diversos tipos. Mientras que en la matemática pura resulta prioritaria la construcción de sistemas axiomáticos y la búsqueda de niveles más altos de abstracción, la matemática mixta prioriza el planteo y resolución de problemas cuyo origen, por lo general, se encuentra por fuera de los límites de la matemática pura. Por este motivo, y adoptando la terminología de Ian Hacking en *Representar e intervenir* (1983), veremos que no es posible caracterizar a la matemática mixta trazando una tajante distinción entre teoría como representación abstracta de las cosas y práctica como intervención causalista en el mundo.

En este trabajo consideramos a la matemática mixta en la cultura matemática de la segunda mitad del siglo XVII. En dicho contexto, analizamos el estilo matemático de Leibniz, un estilo con notas propias aunque en modo alguno desvinculado de la cultura matemática de la que se nutrió a partir de su llegada a París en 1672. Hacia el final, presentaremos dos casos de la práctica matemática de Leibniz en los que la producción de conocimientos matemáticos involucra el diseño de máquinas. Éstos ilustran lo que identificamos como una intersección o 'terreno medio' entre teoría y práctica, el lugar donde florece la matemática mixta. La historia de la matemática de la segunda mitad del siglo XVII constituye una valiosa fuente de casos tanto para estudiar la interacción de la matemática con otras disciplinas como para valorar el rol de los problemas y de las condiciones materiales en la producción de conocimientos matemáticos.

2. Leibniz cultor de la matemática mixta

En *Representar e Intervenir* Ian Hacking afirma que, a diferencia de los filósofos de la ciencia de toda la primera mitad del siglo XX, incluso un espíritu altamente propenso a la teorización como el de G. W. Leibniz concedía a la experimentación un importante papel en la investigación científica. Esto, como es evidente, conlleva reconocer la importancia del uso de instrumentos materiales para intervenir en el mundo. Al respecto Hacking comenta:

> Se ha considerado a Leibniz el intelecto puro más grande que el mundo haya conocido jamás. Pensó acerca de todo. Aunque fue menos exitoso en la construcción de molinos de viento para su uso en minería que en la coinvención del cálculo diferencial, las observaciones de este superintelecto acerca del papel del experimento son, sin lugar

https://doi.org/10.35588/cc.v2i2.5160

> a duda, más fieles a la práctica científica, entonces como ahora, que mucho de lo que figura en los textos modernos de filosofía. (Hacking, 1996, p.178)

Estas palabras de Hacking hacen justicia a la figura de Leibniz, pero quizás no tanto a su obra. En consonancia con la cultura matemática de tu tiempo, Leibniz fue un asiduo cultor de la *matemática mixta*, heredera de una larga tradición abocada a la resolución de problemas surgidos por fuera de la propia matemática valiéndose muchas veces de nociones mecánicas -como la de *centro de gravedad*[1]- así como del empleo de instrumentos materiales ya sea para el trazado de curvas o para la exploración de los objetos de estudio. El pasaje citado parece suponer una tajante distinción entre teoría y práctica. Por un lado, la actividad teorizante de la matemática, una *actividad de escritorio* completamente blindada de los objetos del mundo externo. Por el otro, el ámbito de la intervención, un ámbito poco atendido por la filosofía de la ciencia anglosajona del siglo XX, donde la observación y la experimentación motorizan las pesquisas. Empero, el cálculo diferencial al que Hacking hace referencia cae bajo el dominio de la matemática mixta, donde teoría y práctica se superponen (Parmentier, 1995, p.188)[2].

De acuerdo con Brown (1991), el término "matemática mixta" se remonta a Francis Bacon, quien en su árbol del conocimiento distinguía la matemática mixta de la "matemática pura". Según el filósofo inglés, las ciencias que pertenecían a la matemática pura eran aquellas que, tal como la geometría y la aritmética, trataban las cantidades en sí mismas (i.e. con independencia de los principios y problemas pertenecientes a la filosofía natural). Por su parte, las ciencias que pertenecían a las matemáticas mixtas eran aquellas que trataban con cantidades, de manera que a través de éstas fuera posible el abordaje de problemas provenientes de la indagación de los principios de la filosofía natural. Bacon incluye dentro de la matemática mixta una variedad de campos (e.g. la perspectiva, la astronomía y la arquitectura, entre otros). La evolución de las técnicas matemáticas a lo largo de los siglos XVII y XVIII fue ampliando el conjunto de disciplinas que caían bajo la rama de la matemática mixta. Por ejemplo, el avance de las técnicas para el cálculo de probabilidades iniciado por Jacob Bernoulli dio razones suficientes para que en el siglo XVIII d'Alambert incluyera el *Ars Conjectandi* dentro de las matemáticas mixtas, extendiendo así su alcance al campo de las ciencias morales (Parmentier, 1995, p.54).

Ahora bien, Brown (1991) hace un exhaustivo seguimiento del término "matemáticas mixtas" desde principios del siglo XVII hasta su ocaso en la segunda mitad del siglo XIX -momento en que dicho término fue reemplazado por el de "matemática aplicada"- centrándose fundamentalmente en las figuras de Bacon y d'Alambert. De acuerdo con el investigador, ningún intelectual mencionó el término "matemática mixta" en el periodo comprendido entre las dos figuras antes mencionadas. De hecho, el autor escribe:

[1] A propósito de la noción de 'centro de gravedad' (Parmentier, 1995, p.339) afirma que ésta fue una de las nociones centrales de las matemáticas mixtas del siglo XVII que favoreció el proceso de matematización de la física.

[2] Referencia encontrada en la nota al pie N°10 del texto citado.

> Después de Bacon, el primer intelectual importante que utilizó el término "matemáticas mixtas" fue el "geómetra" y filósofo del siglo XVIII Jean d'Alembert (1717-83) (Brown, 1991, p.83) [3].

Sin embargo, en uno de los textos matemáticos más reconocidos de Leibniz, publicado en 1684 en *Acta Eruditorum*, se hace una importante mención a las matemáticas mixtas. Dice Leibniz tras exhibir la aplicación de una nueva regla para el trazado de tangentes:

> Y ciertamente estos resultados son las premisas de una Geometría muy sublime que también se extiende a los dificilísimos y hermosos problemas de las Matemáticas Mixtas que sin nuestro cálculo diferencial o semejante nadie podrá tratar con parecida facilidad (Parmentier, 1995, p.116).

Esta breve referencia de Leibniz a las matemáticas mixtas resulta muy significativa para los propósitos de este artículo. En primer lugar, nótese que al referir a las matemáticas mixtas Leibniz destaca el rol de los problemas. En segundo lugar, considera que los problemas de las matemáticas mixtas no sólo son 'hermosos' sino que también son muy difíciles o desafiantes. Por último, desde su punto de vista el cálculo diferencial podría adquirir el estatus de una *geometría* que, lejos de reducirse al estudio de los entes geométricos *per se*, sea una herramienta indispensable para la resolución de los desafiantes problemas de matemáticas mixtas.

Como se podrá observar en los dos casos que presentaremos a continuación, podemos encuadrar el estilo matemático de Leibniz -que vehiculizó la invención del cálculo diferencial y de otros tantos significativos aportes- en un terreno medio entre teoría y práctica. En términos de Ian Hacking, esto sería en un terreno medio entre *representar* e *intervenir*. No obstante, antes de adentrarnos en el estilo matemático de Leibniz, es preciso realizar la siguiente aclaración: la idea de situar a las matemáticas en un terreno medio entre representar e intervenir ya fue postulada por Emily Grosholz en *Representation and productive ambiguity in mathematics and the sciences (*2007)[4]. La autora parte de un minucioso análisis del rol de las representaciones en la práctica matemática. Éstas no sólo representan los objetos de estudio sino que, además, exhiben patrones que facilitan nuevas inferencias, revelan propiedades de los objetos matemáticos y posibilitan modelos en virtud de los cuales se derivan resultados sorpresivos. Evocando un conocido pasaje de Leibniz (1951, p.23), las representaciones matemáticas expanden nuestras capacidades cognitivas de la misma manera en que el telescopio expande nuestra visión. En síntesis, según Grosholz las representaciones en matemática se encuentran en un middle-ground (i.e. en un terreno medio) entre representar e intervenir. Esto puesto que representan los objetos matemáticos al mismo tiempo que ellas son objetos sobre los cuales el matemático experimenta durante el proceso de resolución de un problema. De acuerdo con la autora:

> Los matemáticos representan, construyen e intervienen (de un modo semi-causal por explicar) en la realidad matemática, así como los químicos representan la naturaleza,

[3] Todas las traducciones presentes en este artículo son mías.

[4] Véase en especial el capítulo 3.1.

> construyen modelos sobre el papel y en el laboratorio, y crean nuevas moléculas (Grosholz, 2007, p.66).

Notemos que la propuesta del presente artículo de situar a la matemática mixta en un terreno medio entre representar e intervenir se encuentra en un plano diferente respecto del planteado por Grosholz. La autora defiende una tesis tocante a la propia naturaleza del conocimiento matemático. Su noción de *middle-ground* concierne a todos los dominios de las matemáticas, aun aquellos dominios que son altamente especulativos, anclados en una tradición axiomática. Por otro lado, nuestra propuesta se acota al dominio de la matemática mixta, parte de la distinción entre teoría y práctica y atiende a la producción de conocimientos matemáticos a partir tanto de la interacción como de la retroalimentación entre determinados conocimientos estrictamente matemáticos y otros campos del saber cómo la física, la astronomía y la óptica

3. El estilo matemático de Leibniz

Leibniz arribó a París en la primavera de 1672, y se considera que hasta ese entonces no poseía un vasto dominio técnico de las nociones matemáticas centrales de su tiempo (Hofmann, 1974, p.1-11). Sus estudios avanzados en matemática se inician a partir de su primer encuentro con Christian Huygens, una de las figuras más destacadas de la escena científica de ese momento y continuador de la vena cartesiana a través de los estudios de su padre (i.e. Constantine Huygens) y de van Shchooten, quien tradujo al latín el texto *La Geometría* de Descartes publicado en 1637. La investigación matemática de Huygens quizás poco tenga que ver con la idea que el lector contemporáneo pueda tener acerca de la matemática. Su principal tratado matemático -una de las obras que más influyó en la formación de Leibniz a partir de su llegada a la capital francesa-, titulado *Horologium Oscillatorium*, analiza el movimiento del péndulo de los relojes a través del estudio de curvas matemáticas. Para el estudio de estas curvas fue preciso realizar un detallado análisis de ciertas nociones mecánicas como la de *inercia* y *fuerza centrífuga*, entre otras. Por intermedio de Huygens, Leibniz se contactó con el círculo de geómetras más destacado de Europa Continental y del Reino Unido, también accedió a los tratados geométricos que, como aquél de Huygens, lo transformarían en un matemático innovador y altamente creativo. Leibniz estudió la obra de los geómetras clásicos a través del cristal de esos nuevos tratados matemáticos. No sorprende por ello que se fascinara con Arquímedes antes que con Euclides y Apolonio. Operó en Leibniz, al igual que en las dos generaciones de matemáticos que le precedieron, la idea de que la matemática es, antes que un conjunto ordenado de teoremas, una disciplina que florece a través de la resolución y generación de nuevos problemas. En el año 1674 Leibniz escribió:

> Los teoremas sólo están para abreviar -o conducir- la resolución de problemas -ya que toda teoría debe servir a la práctica (Leibniz, 1903, p.144).

Leibniz fue hijo de la cultura matemática de su tiempo: un matemático con hondas preocupaciones prácticas antes que un teórico abocado a la axiomatización de los saberes. Valoró la axiomatización del conocimiento matemático como un eslabón para abordar nuevos problemas. Sin embargo, en esta comunidad de matemáticos de la segunda mitad del siglo XVII -de la que Leibniz se nutrió tras cuatro años de estudiar entusiastamente en París los avances de su tiempo- se pueden observar sutiles diferencias estilísticas. Por ejemplo, en el epistolario entre Leibniz y Papin (1689-1707), donde se discute el problema de la medición de la fuerza motriz, Guillermo Ranea (2012) observa la tensión entre dos estilos bien diferenciables de razonamiento matemático. Por un lado, el de Papin, quien razona matemáticamente a partir de las máquinas que construye para la corte y, por el otro, el de Leibniz, quien piensa los problemas en términos más abstractos sin por ello descuidar la dimensión material que supone el intercambio (Ranea, 2012, p.129). Análogamente, la visión de Leibniz confronta con la de su mentor, Christian Huygens, quien al igual que Papin tiende a localizar el desarrollo de la matemática más cerca del terreno de los asuntos prácticos que de la abstracción teórica, terreno al cual Leibniz parece propender. Como señala Evelyne Barbin en relación con el estudio de las curvas mecánicas:

> Veremos que Christian Huygens se queja de la idea de tratar con curvas dadas a priori, porque la naturaleza alcanza para proporcionar al geómetra curvas con “propiedades destacables". La actitud de Leibniz es más matizada; escribe en el artículo dedicado a la chaînette: “El problema de la curva funicular o chaînette presenta un doble interés, primero el de extender el arte de inventar, es decir, el análisis, hasta ahora incapaz de abordar tales cuestiones; en segundo lugar, el de avanzar en la técnica de las construcciones. De hecho, me di cuenta de que la fertilidad de esta curva sólo se compara con la facilidad que presenta su realización, lo que la coloca en la cima de todas las [curvas] trascendentes (Barbin 2006, p.264).

Las palabras citadas enfatizan la tendencia en el estilo matemático de Leibniz a la generalización como el camino predilecto para el desarrollo de un 'arte de la invención' (*ars inveniendi*). El interés de Leibniz por la Chaînette no se acota al problema que la construcción de dicha curva permite resolver. La Chaînette, que desde la mirada de Leibniz es el fruto más grande el análisis matemático, también es la semilla fértil de nuevos problemas. (Parmentier, 1995, p.188)

A continuación, nos detendremos en dos casos tomados de la práctica matemática de Leibniz. Éstos dan clara cuenta de que la matemática mixta, ampliamente practicada por los matemáticos del período considerado, se desarrolla en un terreno medio entre representar e intervenir.

4. La práctica matemática de Leibniz y el diseño de máquinas

Desde la antigüedad, el diseño de máquinas e instrumentos materiales para la investigación matemática ha tenido escaso reconocimiento. En *Vidas paralelas*, Plutarco revisa la participación de Arquímedes con sus máquinas en la defensa de Siracusa del ataque de Marcelo. El autor allí señala que, tras la censura de Platón, aquellos desarrollos matemáticos que habían sido forjados a partir de la experiencia sensible devinieron en un conjunto menguado de técnicas al servicio de las artes militares y, con ello, en un saber situado varios escalones por debajo de una verdadera ciencia. Escribe Plutarco:

> Esta técnica tan apreciada y famosa de la construcción de mecanismos empezaron a promoverla los del círculo de Eudoxo y Arquitas, dando variedad a la geometría con lo elegante y fundamentando problemas de demostración difícil mediante el

> razonamiento y los diagramas en ejemplos sensibles y mecánicos (…) ajustando ciertos mesógrafos obtenidos a partir de líneas curvas y segmentos. Pero como Platón se indignó y les reprochó haber destruido y echado a perder la bondad de la geometría al sacarla de lo incorpóreo e inteligible hacia lo sensible y hacerla utilizar elementos corporales que requerían muchos trabajos manuales penosos, entonces se juzgó que la mecánica caía fuera de la geometría y, despreciada mucho tiempo por la filosofía, vino a ser una de las artes militares. (Plutarco, 2006, p.142)

Durante el período del Renacimiento, el nuevo orden natural que se seguía de fijar al Sol como centro del universo revelaría el carácter espurio para el estudio de la naturaleza de los *Elementos* de Euclides (i.e. el texto canónico para el aprendizaje de la matemática en las universidades de la baja edad media). Concomitantemente, empezaban a ganar terreno los saberes matemáticos que habían emergido de las artes militares, la astronomía, la óptica y de otros campos exógenos a la matemática tal como era concebida en las *escuelas*. Mientras que Descartes ya había desarrollado un nuevo compás para el tratamiento de secciones angulares, medias proporcionales y determinadas ecuaciones cúbicas que caían fuera del área de estudio de la geometría clásica (Bos, 2001, p.237), quienes se aventuraron a sobrepasar el límite impuesto por Descartes a la ciencia matemática emprendiendo el estudio de las curvas mecánicas se iban a valer de ingeniosos instrumentos y mecanismos para realizar las construcciones necesarias. Éstos se conjugaban con variados niveles de representación matemática, como diagramas, notación algebraica y series aritméticas. Huygens había diseñado un mecanismo para resolver el problema introducido por Claude Perreault. El problema consistía en encontrar la curva descrita por la trayectoria de un punto arrastrado por otro que se desliza en línea recta. Perrault se valió de un reloj de bolsillo sujeto a una cadenita para representar el problema. La idea clave es que la cuerda o cadena siempre es tangente a la curva que se está trazando. Huygens encontró una solución al problema y describió una máquina neumática que permite construir la curva denominada *tractriz*[5]. Dispuso meticulosamente los medios materiales para realizar su diseño. Éste requería un plano que fuera paralelo al horizonte, a fin de que la fuerza de gravedad sobre el objeto que tracciona de la cuerda cayera sin inclinarse en dirección alguna. Para ello, Huygens debía contemplar la curvatura terrestre. A fin de superar esta dificultad, y en remplazo de una tabla, se valió de un líquido viscoso (Blåsjö, 2017, p.105).

Leibniz no tenía acceso directo al ingenio de Huygens para el tratamiento de este problema. Procurando empero seguir los pasos de su mentor, ingenió una máquina teórica -aunque concebible en la práctica- más general que la del matemático holandés. Ésta le permitiría cuadrar diversas curvas y, con ello, enfocar problemas de tangente inversa desde otra perspectiva. Leibniz explica:

> Pero hay un nuevo tipo de movimiento que creo haber sido el primero en emplear para lograr construcciones geométricas (Parmentier, 1995, p.255).

[5] En alemán, *Hundekurve* (curva del perro), pues bien se la puede pensar como la trayectoria descrita por un perro que se resiste a ser tirado de la cadena por una persona que avanza en línea recta.

Luego de realizar una exhaustiva descripción del mecanismo, Leibniz explicita el ámbito de aplicación de su invención, a saber, el de las curvas trascendentes:

> De ello se sigue, además, que tal movimiento se adapta notablemente bien a la geometría trascendente ya que involucra directamente a las tangentes, esto es, a las direcciones de las curvas, y en consecuencia, involucra a un número infinito de cantidades elementales pero menores que toda cantidad que pueda ser asignada, es decir, a un número infinito de cantidades infinitamente pequeñas (Parmentier, 1995, p.257).

La construcción de máquinas para el trazado de curvas pone al descubierto, de manera similar a como vimos en el apartado anterior, las diferencias entre Huygens y Leibniz respecto de la matemática. En el marco de un tenso intercambio Huygens fustigó a Leibniz porque, según su criterio, la construcción de la máquina propuesta era muy compleja. Además, arguyó que esta no garantizaba la precisión requerida en la investigación matemática para la que fue diseñada, a saber, la construcción de las figuras curvilíneas.

Huygens concebía a la matemática como una caja de herramientas, un sofisticado elenco de técnicas para tratar con problemas concretos en distintas áreas de la ciencia. Por otro lado, para Leibniz la dimensión metodológica y epistemológica de la matemática (e.g. la búsqueda de generalización de los problemas y la exploración de los principios) permeaba a toda la práctica de resolución de problemas. Esto se puede constatar desde las primeras incursiones matemáticas de Leibniz a pocos años de su arribo a París (Leibniz, 1903, p.97-143; Leibniz, 1993) Como señala Blåsjö (2017) en su estudio sobre el abordaje de las curvas trascendentes en Leibniz:

> [Huygens] valoraba las técnicas matemáticas sobre la base de su utilidad, en una forma más cercana al sentido común, antes que por su idoneidad para erigir grandiosos esquemas filosóficos que den una descripción unificada de toda la verdadera geometría. Desde este punto de vista, su crítica [a Leibniz] tiene perfecto sentido (Blåsjö, 2017, p.117).

Un segundo caso de interés para nuestro tema concierne a las exploraciones matemáticas de Leibniz con el sistema de numeración binario, sistema novedoso que el autor presentó en una publicación de las Memorias de la *Académie des Sciences* de París en 1703. Esta publicación explora propiedades formales del sistema binario, destaca la importancia de reducir la aritmética a sólo dos caracteres y refiere a contextos específicos en los que el empleo del sistema binario, en reemplazo del tradicional sistema decimal, despliega secuencias de ceros y unos donde el ojo entrenado identifica patrones que sugieren inferencias. Leibniz se valió de la representación binaria de la progresión geométrica, cuya base es dos, para mostrar de qué manera la sola ordenación espacial de los caracteres binarios nos revela información que hubiera pasado inadvertida si dicha progresión hubiera sido inicialmente representada con el sistema decimal[6] (Morales, 2016).

[6] En su artículo sobre el sistema de numeración binario publicado en 1703, Leibniz destaca las ventajas que presenta dicho sistema de numeración para capturar "de un vistazo" determinadas propiedades de los números. Dice el autor tras presentar una

Casi un cuarto de siglo antes de la publicación del referido artículo sobre la aritmética binaria, Leibniz escribió un borrador, quizás el primero, sobre esta aritmética de ceros y unos. En ese manuscrito de 1679, Leibniz da instrucciones precisas para construir una máquina de calcular con las mismas funcionalidades de la máquina que supo construir basándose en el sistema decimal (la que fuera su carta de presentación en su primera visita a la *Royal Society* de Londres en 1673). Leibniz describió la máquina de calcular con estas palabras:

> Este tipo de cálculo también se podría realizar con una máquina (sin ruedas), ciertamente en forma muy sencilla y sin esfuerzo, de la siguiente manera. Se dispone de una caja provista de agujeros que se pueden abrir y cerrar. Se abren o se cierran en los lugares que correspondan gracias a una pequeña rueda con dos dientes. Los agujeros están abiertos en el lugar que corresponde a 1 y permanecen cerrados en el lugar que corresponde a 0. Por los agujeros abiertos caerán, a través de canales, pequeños cubos o canicas, y por los otros no caerá nada. La caja se desplaza de columna a columna, según lo requiera la multiplicación. Los canales representan las columnas, y ninguna canica podrá pasar de un canal a otro, excepto cuando la máquina es puesta en movimiento. Luego, todas las canicas corren hacia el siguiente canal, y cada vez que una cae en un agujero abierto, se la retira. Porque es posible ajustar la máquina para que siempre salgan dos canicas juntas, y que no pueda suceder de otro modo" (Leibniz, 1679, p.5).

En este punto cabe notar lo siguiente respecto de los dos diseños de Leibniz que hemos considerado en esta sección. Con el empleo de instrumentos materiales y mecánicos, Leibniz procuró aportar soluciones a problemas concretos. En el primer caso, a través del trazado de curvas relevantes para ámbitos como la física u otras áreas. En el segundo, mediante el desarrollo de una tecnología con la que sería posible realizar grandes cálculos "ciertamente en forma muy sencilla y sin esfuerzo" (Leibniz, 1679, p.5) y, eventualmente, facilitarle a un contador sus tareas rutinarias[7]. Pero además de las posibles aplicaciones prácticas de sus invenciones, Leibniz se proponía explorar con estos instrumentos mecánicos las propiedades intrínsecas de los objetos matemáticos. En el primer caso, las propiedades de las curvas trascendentes y, en el segundo, las de una naciente aritmética binaria.

5. Reflexiones finales

Uno de los matemáticos más importantes del siglo XX supo decir en una conferencia:

> Siempre que una rama de la ciencia ofrece abundancia de problemas, está viva: una falta de problemas pronostica la extinción o el cese de un desarrollo independiente. De la misma forma que toda empresa humana persigue ciertos objetivos, también la

serie de operaciones aritméticas en binario: "On voit ici d'un coup d'oeil la raison d'une propriété célébre de la progression Géométrique double en Nombres entiers…" (Leibniz, 1703, p.85).

[7] Éste fue, de hecho, el caso de Pascal, quien diseñó la primera calculadora justamente para colaborar con las tareas contables de su padre.

> investigación matemática requiere sus problemas. Mediante la solución de problemas es como se curte la fortaleza del investigador: éste encuentra nuevos métodos y nuevas perspectivas, y alcanza un horizonte más amplio y más libre (Hilbert como es citado en Grey, 2003, p.264).

Refiriendo a estas palabras, décadas más tarde otro destacado matemático escribió:

> Pero si la lógica es la higiene del matemático, no es su fuente de alimento; los grandes problemas proporcionan el pan de cada día sobre el que florece: “Una rama de la ciencia está llena de vida mientras ofrezca una abundancia de problemas; una carencia de problemas es un signo de muerte” (Weil como es citado en Grey, 2003, p.221).

Quizás para sorpresa del lector, el autor de estas últimas palabras fue André Weil, matemático integrante del grupo de Bourbaki, cultores del enfoque axiomático de las matemáticas. La primera cita, a la cual hace referencia Weil, fue tomada de una conferencia dictada por David Hilbert en París el año 1900. En esa misma conferencia -quizás una vez más para sorpresa del lector- Hilbert explica que la historia de la matemática presenta una rica interacción entre problemas cuya fuente es la 'experiencia real' y problemas originados a partir de un ejercicio puramente racional.

La historia de la matemática nos interpela, confronta prejuicios arraigados, deja al descubierto que la pureza epistemológica promulgada por la filosofía de la matemática ortodoxa no encuentra correlato alguno en las prácticas. El terreno medio entre representar e intervenir, entre teoría y práctica, es un valle fértil donde la matemática aporta a, y se nutre de, una multiplicidad de otros dominios. Es también una vía de acceso para pensar el desarrollo del conocimiento matemático desde la cultura material. El origen del cálculo diferencial en la segunda mitad del siglo XVII es un ejemplo muy claro de ello.

Referencias

Barbin, E. (2006). *La révolution mathématique au XVIIe siècle*. Paris: Ellipses.

Blåsjö, V. (2017). *Transcendental curves in the leibnizian calculus. Studies in the History of Mathematical Enquiry*. Elsevier. doi: https://doi.org/g92j

Bos, H. (2001). *Redefining Geometrical Exactness: Descartes Transformation of the Early Modern Concept of Construction*. New York: Springer Verlag. doi: https://doi.org/dqt9h9

Brown, G. (1991). "The Evolution of the Term 'Mixed Mathematics'". *Journal of the History of Ideas*, 52(1): 81-102. doi: https://doi.org/ckk7ft

Chevallard, Y. (2013). “La matemática y el mundo: superar ‘el horror instrumental’”. En *La matemática en la escuela. Por una revolución epistemológica y didáctica*. Buenos Aires: Libros del Zorzal.

Grey, J. (2003). *El reto de Hilbert: los 23 problemas que desafiaron a la matemática*. Barcelona: Crítica.

Grosholz, E. (2007). *Representation and productive ambiguity in mathematics and the sciences*. Oxford: Oxford University Press. doi: https://doi.org/g92k

Hacking, I. (1996). *Representar e intervenir*. México, D.F.: Paidós.

Hofmann, J. (1974). *Leibniz in Paris (1972-1976): his growth to mathematical maturity*. Cambridge: Cambridge University Press.

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1951). "Preface to the general science". En P. Wiener (Ed.), *Lebiniz selections*. Scribner (Original work published 1677).

Leibniz, G. W. (1903). *Opuscules et fragments inédits de Leibniz* (L. Couturat ed.). Paris: Félix Alcan.

Leibniz, G. W. (1993). *De quadratura arithmetica circuli ellipseos et hyperbolae cujus corollarium est trigonometria sine tabulis* (E. Knobloch ed.). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.

Leibniz, G. W. (1703). "Explication de l'arithmetique binaire, qui se sert des seuls caracteres 0 & 1; avec des remarques sur son utilité, et sur ce qu'elle donne le sens des anciennes figures Chinoises de Fohy.". En Gerhardt (ed.), *Die mathematische Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, VII:223-227.

Leibniz, G. W. (1679). "De la numération binaire" (Yves Serra trad.). URL: http://www.bibnum.education.fr/calculinformatique/calcul/de-la-numeration-binaire.

Morales, J. (2016). "Aspectos icónicos en la representación de los números: el caso de Leibniz en Explication de l'arithmétique binaire (1703)". *Revista Brasileira de História da Matemática*, 16(32): 41-51. doi: https://doi.org/g92m

Parmentier, M. (1995). *G. W. Leibniz. La naissance du calcul différentiel*. Paris: Vrin.

Plutarco (2006). *Vidas Paralelas*. Madrid: Editorial Gredos.

Ranea, G. (2012). "Matemáticas mixtas, máquinas e infinitesimales en la controversia entre Denis Papin y G. W. Leibniz, 1689-1707". En Nicolás Andruskiewitsch (ed.), *Actas de la Academia Nacional de Ciencias*, 15: 71-84.